

# CONCOURS GÉNÉRAL DES LYCÉES

SESSION DE 2006

## COMPOSITION DE SCIENCES PHYSIQUES

(Classe de terminale S)

DURÉE : 5 heures

*Calculatrice autorisée*

### LES FIBRES OPTIQUES : PRINCIPE ET APPLICATIONS

Ce problème est composé de trois parties indépendantes. Une lecture attentive est nécessaire afin d'effectuer une bonne synthèse des différentes données fournies au cours de l'énoncé.

La longueur de l'épreuve ne doit pas dérouter le candidat : la diversité des questions doit lui permettre, au contraire, de tirer le meilleur profit de ses connaissances et de sa capacité d'analyse.

Si un résultat donné par l'énoncé s'avère non démontré, il peut être néanmoins admis pour la suite de l'épreuve.

Si un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

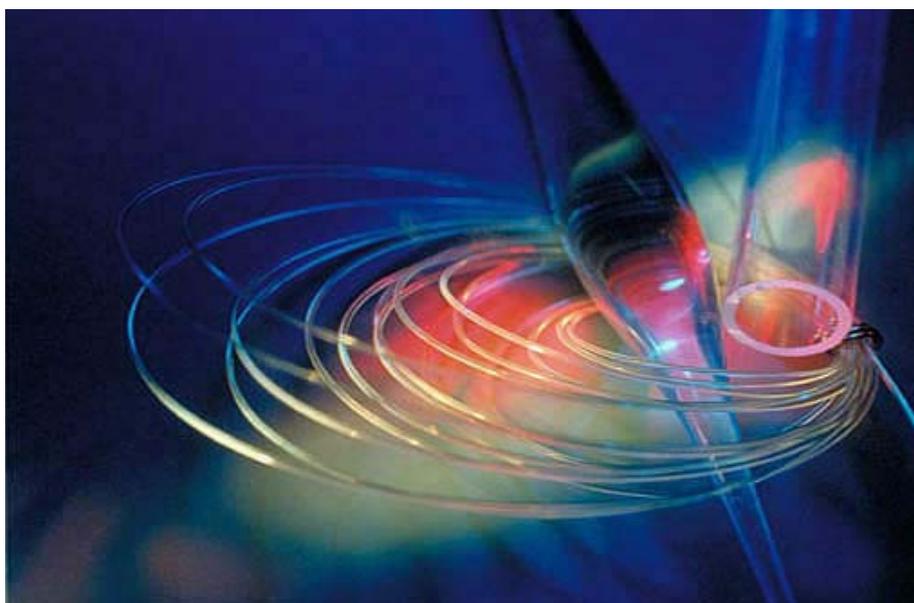
Enfin, la plus grande importance sera donnée à la qualité de la rédaction et de la présentation des résultats obtenus. Il est rappelé qu'un résultat numérique donné sans unité est sans valeur.

## LES FIBRES OPTIQUES : PRINCIPE ET APPLICATIONS

De nos jours, les autoroutes de l'information offrent la possibilité de transmettre des données, de la voix, des images etc. d'un bout à l'autre de la planète. Aujourd'hui, 80 % du trafic mondial longue distance se fait par fibres optiques. Ces dernières ont en effet de multiples avantages par rapport aux câbles électriques classiques : elles sont plus robustes et sont très peu sensibles aux interférences électromagnétiques. Mais surtout, les technologies de télécommunications par fibres optiques, en constante amélioration depuis une trentaine d'années, permettent de transmettre des informations sur de très longues distances et à de très hauts débits. Un équipementier français peut récemment se féliciter de l'élaboration d'une transmission à 3000 Gbits/s sur une distance de plus de 7000 kilomètres à travers une seule fibre optique, débit équivalent à plusieurs centaines de milliers de connexions Internet haut débit. Ces performances n'auraient pas pu être atteintes sans la mise au point de techniques de fabrication permettant d'obtenir le milieu guidant extrêmement transparent qu'est la fibre optique.

En plus de s'être imposée dans les télécommunications, la fibre optique s'est révélée être un outil de choix dans le domaine des capteurs. Etant quelquefois un simple véhicule de l'information, elle peut dans certains cas être l'élément sensible du capteur (on parle de capteur à fibres optiques intrinsèque). Les avantages d'utilisation d'une fibre optique sont nombreux : faible encombrement, grande souplesse, utilisation en milieu hostile (haute tension, haute température, rayonnement nucléaire)... Les mesures possibles concernent un très grand nombre de paramètres et de domaines d'application. Citons à titre d'exemple les mesures de niveau, de position, de vitesse, de rotation, de pression, de température, de champ électrique, de champ magnétique, de courant électrique et de concentration chimique.

La première partie de l'épreuve étudie la propagation de la lumière dans les fibres optiques et le codage de l'information pour les télécommunications. La seconde partie traite de la fabrication des fibres optiques en silice. Enfin, la troisième partie développe un exemple de capteur à fibre optique : le thermomètre réparti à effet Raman.

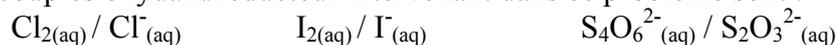


### Données préliminaires:

- vitesse de la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .
- charge d'un électron :  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .
- constante de Planck :  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ .
- constante de Boltzmann :  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ .
- nombre d'Avogadro :  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

- masse molaire atomique :
  - de l'hydrogène :  $M_H = 1,0 \text{ g.mol}^{-1}$
  - de l'oxygène :  $M_O = 16,0 \text{ g.mol}^{-1}$
  - du silicium :  $M_{Si} = 28,1 \text{ g.mol}^{-1}$

- Les couples oxydant/réducteur intervenant dans ce problème sont :



- Le quotient de réaction  $Q_r$  de la réaction :  $\alpha A + \beta B = \gamma C + \delta D$  (où  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  et  $\delta$  représentent les coefficients stoechiométriques respectivement de A, B, C et D) vaut :

$$Q_r = \frac{a_C^\gamma a_D^\delta}{a_A^\alpha a_B^\beta}, \text{ où } a_i \text{ désigne l'activité du composé } i.$$

- si  $i$  est un soluté, l'activité vaut sa concentration molaire exprimée en  $\text{mol.L}^{-1}$ , c'est-à-dire  $a_i = [i]$ .
- si  $i$  est le solvant, son activité est égale à 1.
- si  $i$  est un solide pur, l'activité est égale à 1.

### Formulaire de mathématiques :

- On rappelle que  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  pour tout réel  $x$ .
- Si  $|x| \ll 1$ , on peut écrire en bonne approximation  $(1+x)^\alpha \approx 1+\alpha x$ , pour tout réel  $\alpha$ . Cette formule approchée servira à plusieurs reprises lors de l'épreuve.
- Les solutions de l'équation différentielle :  $\frac{dy}{dt} + ky(t) = 0$ , où  $k$  désigne une constante non nulle, sont :  $y(t) = \lambda \exp(-kt)$ , où  $\lambda$  est un nombre réel quelconque.
- Le logarithme décimal, noté  $\log$ , est défini à partir du logarithme népérien, noté  $\ln$ , par :

$$\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$$

## I) PROPAGATION DE LA LUMIERE DANS LES FIBRES OPTIQUES

### A) Phénomène de réflexion totale

I A 1) Que signifie le terme « lumière monochromatique » en optique ?

Dans toute la suite de l'énoncé, les rayons lumineux sont tous supposés issus d'une radiation monochromatique.

On considère un rayon lumineux arrivant sur l'interface plane séparant deux milieux d'indices différents (notés  $n_1$  et  $n_2$ ) sous un angle d'incidence  $i$  par rapport à la normale à l'interface (cf. figure 1).

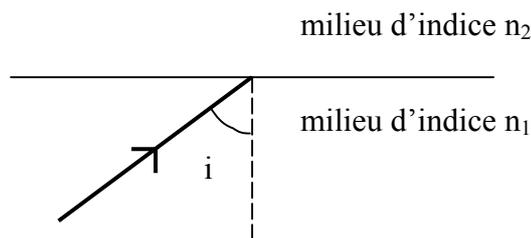


figure 1

I A 2) Énoncer les lois de Descartes pour la réfraction et la réflexion (on pourra reproduire et compléter avantageusement la figure 1).

I A 3) Citer et décrire en 3 lignes maximum une expérience montrant la dépendance de l'indice du verre par rapport à la longueur d'onde.

On suppose que  $n_1 > n_2$ .

I A 4) Montrer alors que si  $i > i_0$ , aucun rayon réfracté ne peut émerger et le rayon incident est donc entièrement réfléchi. Donner l'expression de  $\sin i_0$  en fonction de  $n_1$  et  $n_2$ . Dans cette situation, on dit que le rayon incident subit une « réflexion totale ».

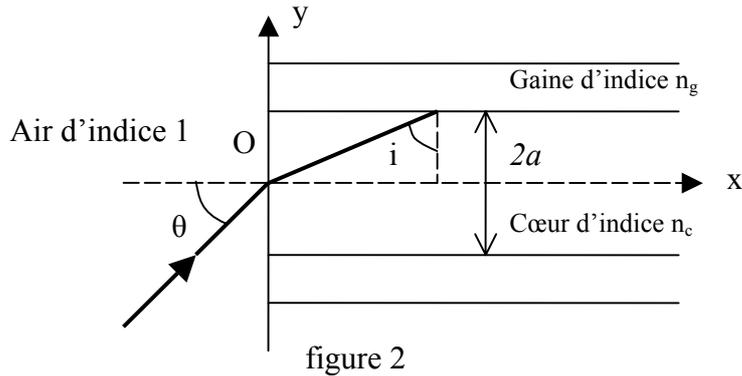
I A 5) Dans le cas où  $n_1 = 1,500$  et  $n_2 = 1,470$ , donner la valeur numérique de  $90 - i_0$ , où  $i_0$  est exprimé en degré.

### B) Fibre à saut d'indice

Une fibre optique à saut d'indice (représentée sur la figure 2) est formée d'un cœur cylindrique en verre d'axe  $Ox$ , de diamètre  $2a$  et d'indice  $n_c$ , entouré d'une gaine optique d'indice  $n_g$  légèrement inférieur à  $n_c$ . Un rayon situé dans le plan  $Oxy$  entre dans la fibre au point  $O$  avec un angle d'incidence  $\theta$ .

I B 1) À quelle condition sur  $i$ , angle d'incidence à l'interface cœur/gaine, le rayon reste-t-il confiné à l'intérieur du cœur ? On note  $i_L$  l'angle d'incidence limite. Faire un dessin du trajet ultérieur du rayon en faisant apparaître plusieurs réflexions.

I B 2) Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence  $\theta$  est inférieur à un angle limite  $\theta_L$  tel que  $\sin \theta_L = n_c \cos i_L$ . En déduire l'expression de l'ouverture numérique  $ON$  de la fibre, définie par  $ON = \sin \theta_L$ , en fonction de  $n_c$  et  $n_g$  uniquement.



I B 3) Donner la valeur numérique de  $ON$  pour  $n_c = 1,500$  et  $n_g = 1,470$ .

I B 4) Exprimer la vitesse de propagation de la lumière dans le cœur de la fibre en fonction de la vitesse de la lumière dans le vide, notée  $c$ , et l'indice  $n_c$  du cœur.

On considère une fibre optique de longueur  $L$ . Le rayon entre dans la fibre avec un angle d'incidence  $\theta$  variable compris entre  $0$  et  $\theta_L$ .

I B 5) Quel est le rayon qui traverse le plus rapidement la fibre ? Calculer la durée de parcours  $\tau_1$  de ce rayon.

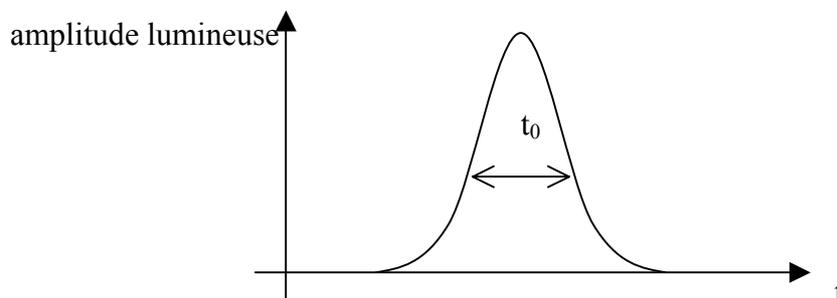
I B 6) Quel est le rayon qui met le plus de temps à traverser la fibre ? Calculer la durée de parcours  $\tau_2$  de ce rayon en fonction de  $L$ ,  $c$ ,  $n_c$  et  $\sin i_L$ .

I B 7) En déduire l'intervalle de temps  $\delta\tau$  entre le temps de parcours minimal et maximal en fonction de  $L$ ,  $c$ ,  $n_c$  et  $n_g$ .

I B 8) On pose  $2\Delta = 1 - \frac{n_g^2}{n_c^2}$ . Montrer que si  $\Delta \ll 1$  (ce qui est le cas pour les fibres optiques),

$$\delta\tau \approx \frac{L}{c} n_c \Delta.$$

On injecte à l'entrée de la fibre une impulsion lumineuse de durée  $t_0$  formée par un faisceau de rayons ayant un angle d'incidence compris entre  $0$  et  $\theta_L$ . La figure 3 représente l'allure du signal lumineux en fonction du temps.



I B 9) Reproduire la figure en ajoutant à la suite l'allure du signal lumineux à la sortie de la fibre. Quelle durée a approximativement l'impulsion lumineuse en sortie de fibre ?

Le codage binaire de l'information (détaillé dans la section suivante) consiste à envoyer des impulsions lumineuses (appelées « bits ») périodiquement avec une fréquence d'émission  $F$ .

I B 10) En supposant  $t_0$  négligeable devant  $\delta\tau$ , quelle condition portant sur la fréquence d'émission  $F$  exprime le non-recouvrement des impulsions à la sortie de la fibre optique ?

Soit  $L_{\max}$  la longueur maximale de la fibre optique permettant d'éviter le phénomène de recouvrement des impulsions. On appelle bande passante de la fibre le produit  $B = L_{\max} \cdot F$

I B 11) Exprimer la bande passante  $B$  en fonction de  $c$ ,  $n_c$  et  $\Delta$  et expliquer l'intérêt de cette grandeur.

I B 12) Calculer la valeur numérique de  $\Delta$  et de la bande passante  $B$  (exprimée en MHz.km) pour  $n_c = 1,500$  et  $n_g = 1,470$ . Pour un débit d'information de  $F = 100$  Mbits/s = 100 MHz pour le format RZ (cf. section suivante), quelle longueur maximale de fibre optique peut-on utiliser pour transmettre le signal ?

Si le rayon de la fibre est trop petit, le modèle de l'optique géométrique, utilisé jusqu'à présent, n'est plus valable : on ne peut plus décrire la propagation de la lumière avec de simples rayons lumineux. Il faut alors traiter la lumière comme une onde.

I B 13) Indiquer un phénomène relatif à la lumière mettant en évidence son caractère ondulatoire.

Pour une lumière monochromatique, on montre que seules certaines formes d'ondes peuvent se propager dans la fibre : on les appelle les « modes ». Chaque mode se déplace à une vitesse différente, ce qui engendre l'étalement des impulsions lumineuses et donc réduit la bande passante. Pour améliorer les performances, les fabricants de fibres optiques ont été amenés à élaborer des fibres à saut d'indice dites « monomodes » : un seul mode peut s'y propager, ce qui a pour effet de diminuer considérablement l'étalement des impulsions. La bande passante des fibres monomodes est ainsi beaucoup plus élevée que celle calculée à la question I B 12).

### C) Codage numérique de l'information

Pour les télécommunications, l'information est généralement transmise dans les fibres optiques en format numérique, c'est-à-dire en code binaire, sous forme de 0 et de 1. La transmission de nombres impose donc une conversion de ceux-ci de la base décimale (celle que nous utilisons par défaut) à la base binaire. En base binaire, il n'y a que deux chiffres : 0 et 1. Ainsi, en base binaire, 2 s'écrit **10** ( $= 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1$ ), 3 s'écrit **11** ( $= 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1$ ), 4 s'écrit **100** ( $= 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1$ ) etc...

I C 1) Pourquoi les êtres humains utilisent-ils par défaut la base décimale pour exprimer les nombres ?

I C 2) Comment s'exprime le nombre 13 en base binaire ?

L'information ainsi codée en binaire est injectée chiffre par chiffre dans la fibre optique sous forme d'impulsions lumineuses avec la convention suivante : 0 pour une absence de lumière (signal lumineux nul) et 1 pour une présence de lumière (signal lumineux non nul).

La transmission d'un chiffre (0 ou 1), appelé « bit », dure un temps T. Il existe deux types de formats :

- le RZ (retour à zéro) où le signal lumineux redescend systématiquement et de façon quasi-instantanée à zéro entre chaque bit. Plus précisément, la transmission d'un « bit » sur une durée T s'effectue ainsi : indication de la valeur liée au chiffre transmis pendant un temps  $t_0$  puis retour à zéro pendant un temps  $T - t_0$ . Pour la suite, on supposera  $t_0 = T/2$ .
- et le NRZ (non retour à zéro) où le signal garde la même valeur entre deux bits identiques.

I C 3) Dessiner, en fonction du temps, l'allure du signal lumineux correspondant au nombre 13 codé en binaire dans le format RZ, puis dans le format NRZ (la graduation de l'axe du temps correspondra dans les deux cas à une durée T).

I C 4) Quelle est la séquence de chiffres qui donne le signal lumineux de plus grande fréquence dans le format RZ ? Exprimer alors la fréquence en fonction de T.

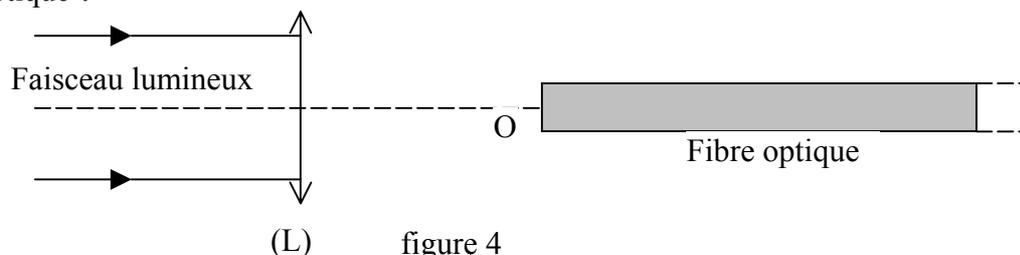
I C 5) Répondre à la question précédente pour le format NRZ. Quel format a-t-on intérêt à utiliser pour maximiser le débit d'information ?

I C 6) Les effets non-linéaires et la dispersion chromatique dans les fibres optiques incitent à choisir le format où les impulsions lumineuses ont toutes la même durée. Quel est ce format ?

#### D) Injection du signal

On injecte la lumière dans la fibre optique à l'aide d'une lentille mince convergente (L) de diamètre D et de distance focale f. Celle-ci est éclairée par un faisceau rectiligne incident parallèle à l'axe optique (cf. figure 4).

I D 1) Où doit-on mettre la lentille pour que le faisceau converge au point O, situé à l'entrée de la fibre optique ?



On appelle « puissance lumineuse » la puissance transportée par l'onde lumineuse. On peut montrer à partir des lois de l'électromagnétisme que la lumière ne peut pas passer entièrement à l'intérieur de la fibre. En effet, à l'interface air/verre, il passe uniquement une

fraction  $\alpha < 1$  de la puissance lumineuse, donnée par : 
$$\alpha = \frac{4n_c}{(n_c + 1)^2}$$

I D 2) Que devient la fraction non transmise dans la fibre ?

Pour les applications numériques, on prendra  $n_c = 1,50$ . Pour l'étude des fibres optiques, il est d'usage de raisonner en décibels. La variation de puissance entre un point A et un point B est quantifiée par la grandeur  $G_{dB} = 10 \log (P_B/P_A)$ , exprimée en dB (abréviation de décibel), où P désigne la puissance lumineuse et log le logarithme décimal (Remarque : on

peut noter que la grandeur  $G_{dB}$  est négative quand il y a eu perte de puissance c'est-à-dire  $P_B < P_A$ ).

I D 3) Calculer numériquement la perte de puissance en dB lors de l'injection de la lumière dans la fibre.

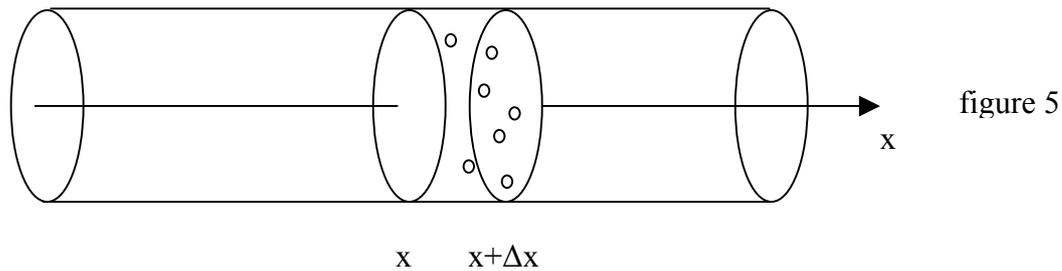
A la sortie de celle-ci, il y a à nouveau une perte de puissance à l'interface verre/air de même valeur qu'à l'entrée.

I D 4) Calculer alors la perte de puissance *totale* en dB entre l'entrée et la sortie de la fibre (on négligera dans cette question les pertes à l'intérieur de la fibre). Expliquer l'intérêt de raisonner en décibels.

### E) Atténuation dans la fibre

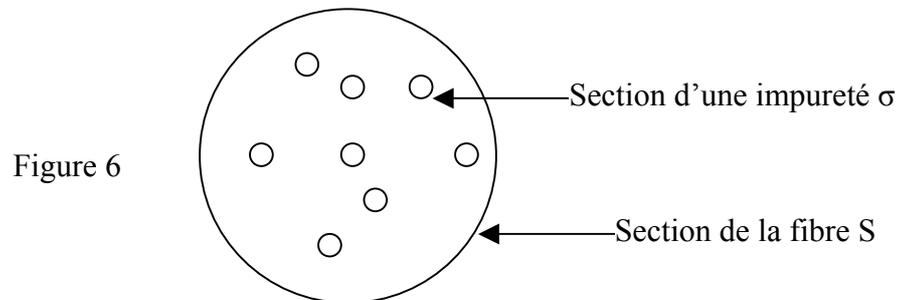
Une fibre optique n'est pas rigoureusement transparente. Elle contient en effet des impuretés qui vont diffuser la lumière hors de celle-ci. La puissance lumineuse va donc décroître au cours du trajet. Le modèle simple suivant propose d'étudier cette décroissance.

On note  $n$  la densité volumique des impuretés (correspondant au nombre d'impuretés contenues dans  $1 \text{ m}^3$ ), supposées toutes identiques (petites boules sur la figure 5). On note  $P(x)$  la puissance lumineuse à l'abscisse  $x$  et l'on raisonne sur une tranche de longueur  $\Delta x$  comprise entre  $x$  et  $x+\Delta x$ . L'aire de la section de la fibre vaut  $S$ .



I E 1) Donner le nombre d'impuretés  $N$  dans la tranche en fonction des données du problème.

La figure 6 montre la tranche vue depuis l'amont de la fibre. Une impureté a une section apparente notée  $\sigma$  (appelée section efficace). Toute lumière arrivant sur une impureté est diffusée et donc ne franchit pas la tranche. A contrario, la lumière passant à côté des impuretés atteint l'extrémité de celle-ci.



I E 2) En supposant que la lumière se propage rectilignement selon  $Ox$  et que la puissance est répartie uniformément sur une section de la fibre, calculer la fraction  $\rho = P(x+\Delta x)/P(x)$  de

puissance qui arrive à traverser la tranche en fonction de  $S$ ,  $\sigma$  et  $N$ . On négligera pour cela le recouvrement éventuel des sections apparentes des impuretés.

I E 3) En faisant tendre  $\Delta x$  vers 0, établir l'équation différentielle vérifiée par la fonction  $P(x)$  faisant intervenir les constantes  $\sigma$  et  $n$ .

On rappelle que :

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x + \Delta x) - P(x)}{\Delta x} = \frac{dP}{dx}(x)$$

I E 4) Résoudre l'équation différentielle en posant  $P(x=0) = P_0$ . Quelle est l'unité de la grandeur  $d = \frac{1}{n\sigma}$  ? Que représente-t-elle ? Dessiner l'allure de  $P(x)$  en faisant apparaître  $d$ .

I E 5) Montrer que la perte de puissance lumineuse dans la fibre exprimée en dB décroît de manière linéaire en fonction de l'abscisse  $x$  (la notion de décibel (dB) a été introduite à la question I D 3).

Pour du verre standard (utilisé par exemple pour les vitres), l'atténuation est de l'ordre de 0,1 dB/mm, valeur beaucoup trop grande pour les télécommunications. Les fibres optiques sont en fait fabriquées à partir de verre ultra pur (cf. partie II), dont l'atténuation peut descendre à 0,2 dB/km. Pour un câble électrique coaxial, l'atténuation du signal électrique le long du câble pour les fréquences utilisées dans les télécommunications à très hauts débits est au mieux de l'ordre de 10 dB/km.

I E 6) En supposant que le signal doit être ré-amplifié dès que sa puissance est inférieure à 1% de sa valeur d'émission, combien faut-il d'amplificateurs pour une liaison Paris-Marseille (distance de l'ordre de 750 km) dans le cas d'une liaison par fibres optiques ?

I E 7) Qu'en est-il d'une liaison par câble électrique ? Commenter.

L'atténuation dans une fibre optique dépend en fait de la longueur d'onde  $\lambda$  (par l'intermédiaire du terme  $\sigma$ ). Pour optimiser les systèmes de télécommunications optiques, on cherche donc les longueurs d'onde qui subissent l'atténuation la plus faible. Même en l'absence totale d'impuretés, cette dernière n'est pas nulle. Une des causes est la diffusion « Rayleigh » : tout atome diffuse nécessairement la lumière. On montre que la puissance diffusée est proportionnelle à  $1/\lambda^4$ .

I E 8) La diffusion Rayleigh incite-t-elle à travailler plutôt dans l'ultra-violet (UV), le visible ou l'infra-rouge (IR) ?

La figure 7 représente l'atténuation en dB/km dans les fibres optiques en verre, c'est-à-dire en silice, (les plus couramment utilisées) en fonction de la longueur d'onde.

I E 9) Si vous aviez à utiliser une fenêtre spectrale (c'est-à-dire un intervalle de longueur d'onde) de 0,1  $\mu\text{m}$  de large pour les télécommunications optiques, laquelle choisiriez-vous ? Dans quel domaine optique se trouve-t-on (UV, visible ou IR ?)

Le pic principal de la figure 7 est dû à la présence dans la silice d'impuretés que sont les ions  $\text{OH}^-$ .

I E 10) Donner la fréquence (exprimée en THz, avec 1 THz =  $10^{12}$  Hz) correspondant à l'atténuation maximale.

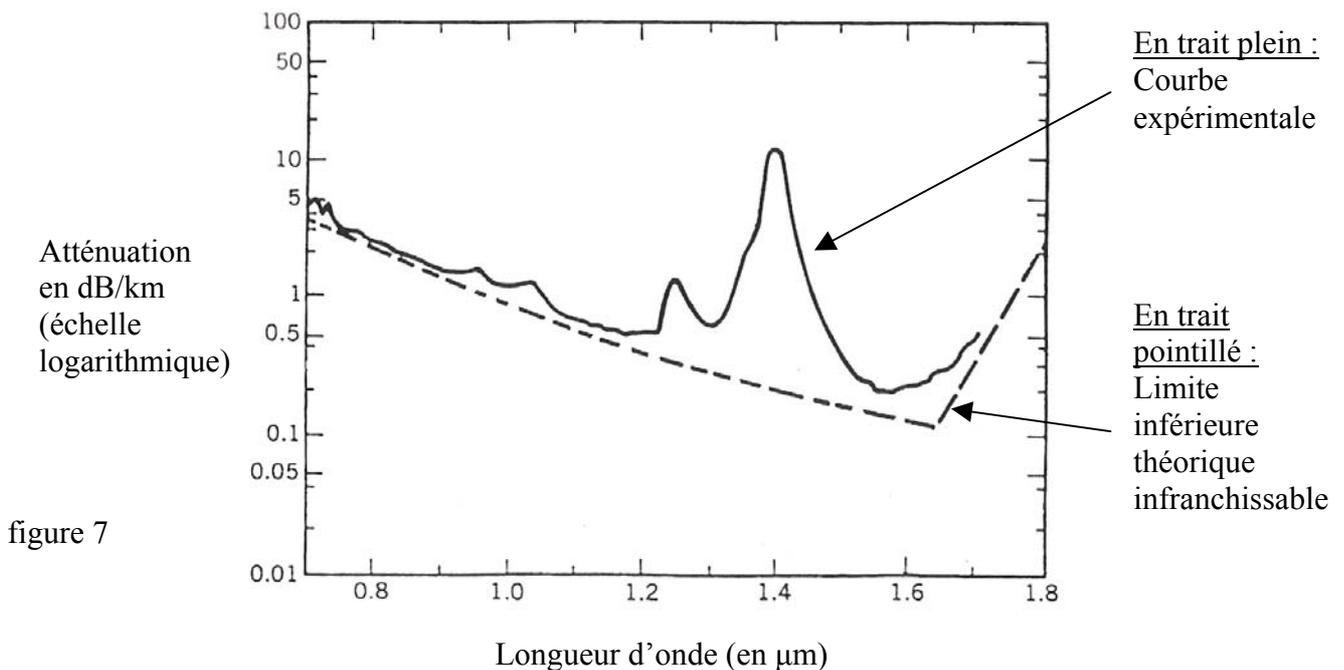


figure 7

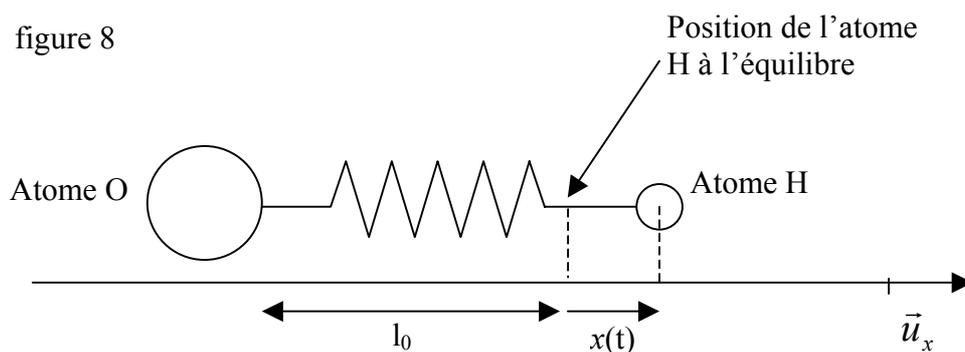
F) Etude du pic d'absorption

On propose un modèle simple permettant de justifier l'existence du pic d'absorption observé sur la figure 7. Bien que l'ion  $\text{OH}^-$  soit intégré à l'intérieur de la silice, on suppose que les deux atomes O et H, de masses respectives  $M$  et  $m$ , sont seuls et ne subissent aucune force de liaison extérieure. On raisonne dans le référentiel galiléen où le centre de gravité du système constitué par les 2 atomes est fixe. On modélise l'interaction entre les deux atomes par un ressort les liant, de longueur à vide  $l_0$  et de raideur  $k$ . On ne tient pas compte de la pesanteur. On note  $\vec{u}_x$  le vecteur unitaire parallèle à l'axe du ressort dirigé de l'atome O vers H (cf. figure 8).

I F 1) Donner l'unité de  $k$ .

I F 2) Expliquer qualitativement pourquoi l'on peut considérer que l'atome d'oxygène reste fixe et que seul l'atome d'hydrogène est en mouvement.

On repère la position de l'atome H à un instant quelconque (hors-équilibre) par l'abscisse  $x(t)$ , l'origine du repère étant sa position à l'équilibre.



I F 3) Etablir l'équation différentielle vérifiée par  $x(t)$ . Donner la forme générale des solutions et l'expression de la fréquence propre, notée  $f_0$ , (inverse de la période propre) du système.

La différence d'électronégativité entre les atomes O et H entraîne l'apparition d'une charge électrique  $q$  au voisinage de l'atome H. Or la lumière est une onde électromagnétique et possède donc un champ électrique oscillant  $\vec{E}(t)$ . Ainsi, la lumière guidée dans la fibre optique arrivant sur un ion  $\text{OH}^-$  va mettre en mouvement l'atome H. Pour une lumière monochromatique de fréquence  $f$ , on admet que le champ électrique associé à l'onde lumineuse s'écrit :  $\vec{E}(t) = E_0 \cos(2\pi f t) \vec{u}_x$ , où  $E_0$  désigne une constante (c'est l'amplitude du champ). L'atome H subit alors la force supplémentaire  $\vec{F} = q\vec{E}$ .

I F 4) Etablir la nouvelle équation différentielle vérifiée par  $x(t)$ .

On cherche la solution particulière sous la forme  $x(t) = x_0 \cos(2\pi f t)$  : l'atome H oscille à la fréquence  $f$  avec une amplitude de  $|x_0|$ .

I F 5) Déterminer la constante  $x_0$ .

I F 6) Donner l'allure du graphe représentant l'amplitude  $|x_0|$  en fonction de la fréquence  $f$ . Que se passe-t-il pour  $f = f_0$  ? Que manque-t-il au modèle pour correspondre mieux à la réalité ? Dessiner alors l'allure du graphe  $|x_0|$  en fonction de la fréquence dans ce cas. Comment se nomme le phénomène qui a lieu autour de la fréquence  $f_0$  ?

Le grand pic d'absorption de la figure 7 correspond en fait à la première harmonique de l'oscillation de la liaison O-H, c'est-à-dire que la fréquence du pic vaut le double de la fréquence propre de la liaison.

I F 7) Calculer la masse d'un atome d'hydrogène (en kg) à partir des données fournies en début d'énoncé. En déduire la valeur numérique de la raideur  $k$  du ressort utilisé dans ce modèle.

## **II) FABRICATION D'UNE FIBRE OPTIQUE**

La grande majorité des fibres optiques est en verre, plus précisément en silice pure, car c'est le matériau qui présente actuellement le moins d'absorption. Nous proposons dans cette partie d'étudier les différents aspects relatifs à la fabrication d'une fibre optique en silice.

### **A) Etude de l'oxydation de $\text{SiCl}_4$**

La silice  $\text{SiO}_2$  d'une fibre optique est généralement obtenue par oxydation du tétrachlorosilane  $\text{SiCl}_4$  par l'oxygène. Cette section propose d'étudier cette réaction, notamment du point de vue cinétique.

En dessous de  $900^\circ\text{C}$ ,  $\text{SiCl}_4$  et  $\text{O}_2$  ne réagissent pas. Entre  $900$  et  $1100^\circ\text{C}$  environ, l'oxydation de  $\text{SiCl}_4$  par  $\text{O}_2$  donne des oxychlorures, notamment  $\text{Si}_2\text{OCl}_6$  et  $\text{Si}_4\text{O}_4\text{Cl}_8$ , accompagnés de  $\text{Cl}_2$ . Au-delà de  $1200^\circ\text{C}$ , les oxychlorures ne sont plus formés : l'oxydation est complète et donne uniquement de la silice.

II A 1) Ecrire l'équation de formation de la silice (ramenée à une mole de  $\text{SiCl}_4$ ) au-delà de  $1200^\circ\text{C}$ .

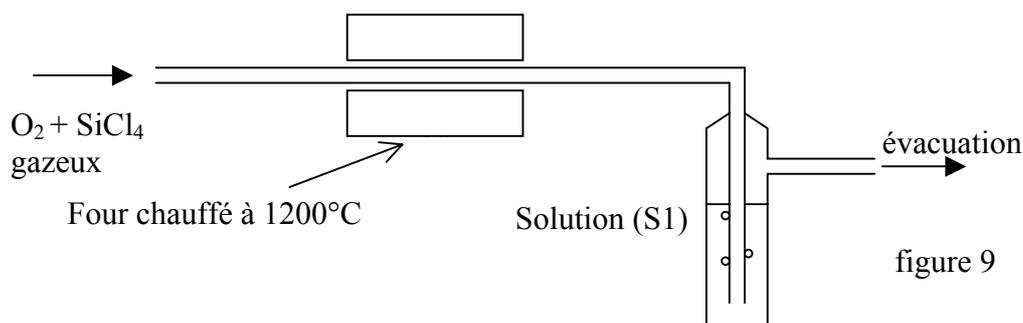
Pour suivre la cinétique de cette réaction, on propose de mesurer l'évolution de la concentration de  $\text{SiCl}_4$ , notée  $[\text{SiCl}_4]$ , en fonction du temps. Pour cela, on dose le dichlore formé par la réaction par le protocole ci-dessous.

Les réactifs  $\text{O}_2$  et  $\text{SiCl}_4$ , sous forme de gaz, passent à débit constant à travers un four chauffé à  $1200^\circ\text{C}$  où se produit la réaction. Le mélange gazeux en sortie, contenant les réactifs n'ayant pas réagi et les produits de la réaction, barbote dans  $V_1 = 100 \text{ mL}$  d'une solution aqueuse notée (S1) contenant  $\text{K}^+_{(\text{aq})} + \text{I}^-_{(\text{aq})}$  à la concentration de  $1 \text{ mol.L}^{-1}$  et  $2 \text{ Na}^+_{(\text{aq})} + \text{S}_2\text{O}_3^{2-}_{(\text{aq})}$  à la concentration  $c_1 = 8,00 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$  (cf. figure 9).

II A 2) Comment appelle-t-on respectivement une solution de  $\text{K}^+_{(\text{aq})} + \text{I}^-_{(\text{aq})}$  et une solution de  $2 \text{ Na}^+_{(\text{aq})} + \text{S}_2\text{O}_3^{2-}_{(\text{aq})}$  ?

Le dichlore produit réagit avec  $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}_{(\text{aq})}$ , les ions  $\text{I}^-_{(\text{aq})}$  servant de catalyseur.

II A 3) Ecrire les demi-réactions puis l'équation bilan de la réaction d'oxydo-réduction.



Les ions  $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}_{(\text{aq})}$  en excès sont ensuite dosés par une solution (S2) de diiode à la concentration  $c_2 = 5,00 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$  à laquelle on ajoute quelques gouttes d'empois d'amidon.

II A 4) Faire un schéma détaillé de l'étape du dosage (indiquer notamment la verrerie utilisée). Ecrire la réaction de dosage. Quel est le rôle de l'empois d'amidon ?

Le volume de solution (S2) à verser pour atteindre l'équivalence vaut  $V_{\text{eq}} = 19,3 \text{ mL}$ .

II A 5) En déduire la quantité de matière de  $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}_{(\text{aq})}$  ayant réagi avec le dichlore.

II A 6) Sachant que le gaz a barboté dans la solution (S1) pendant un temps  $\tau = 10$  minutes, calculer le débit molaire  $D_m$  (en  $\text{mol.s}^{-1}$ ) de dichlore à la sortie du four.

II A 7) Sachant que le débit volumique  $D_V$  du gaz vaut  $2,3 \text{ mL.s}^{-1}$ , calculer la concentration  $[\text{Cl}_2]$  à la sortie du four.

La concentration de  $\text{SiCl}_4$  avant le four, notée  $[\text{SiCl}_4]_0$ , est égale à  $3,3 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$ .

II A 8) En déduire la concentration  $[\text{SiCl}_4]$  à la sortie du four.

Pour cette expérience, le temps de transit à travers le four (c'est-à-dire le temps de résidence du gaz dans la zone de réaction) est de  $t = 0,30$  s. En procédant à une série d'expériences où l'on fait varier ce dernier (en changeant le débit volumique), on obtient la concentration  $[\text{SiCl}_4]$  au cours de la réaction en fonction du temps  $t$ . Les résultats sont synthétisés dans le tableau suivant :

Temps $t$ (en s)	0	0,07	0,15	0,30	0,68
$[\text{SiCl}_4]$ (en $10^{-4}$ mol.L $^{-1}$ )	...	3,0	2,7	...	1,3

On appelle  $x$  l'avancement de la réaction du II A 1) et  $V$  le volume du gaz siège de la réaction.

II A 9) Rappeler la définition de la vitesse volumique  $v_r$  de réaction. La relier à la quantité  $\frac{d[\text{SiCl}_4]}{dt}$ .

On désire montrer que la réaction est du premier ordre par rapport à  $\text{SiCl}_4$ , c'est-à-dire que la vitesse de réaction est de la forme  $v_r = k_1[\text{SiCl}_4]$  où  $k_1$  est une constante à condition que  $\text{O}_2$  soit introduit suffisamment en excès.

II A 10) Si tel est le cas, exprimer la concentration  $[\text{SiCl}_4]$  en fonction de  $[\text{SiCl}_4]_0$ ,  $k_1$  et du temps  $t$ . Trouver une fonction de  $[\text{SiCl}_4]$ , notée  $y$ , qui soit une fonction affine du temps.

II A 11) Compléter le tableau en remplissant les trous d'une part et en ajoutant une ligne correspondant à  $y$  d'autre part.

II A 12) Tracer les points expérimentaux du graphe  $y$  en fonction de  $t$ . Montrer que la réaction peut être considérée comme du 1<sup>er</sup> ordre en  $\text{SiCl}_4$ . Préciser comment déterminer graphiquement une estimation de la valeur de  $k_1$  en utilisant l'ensemble des points. En déduire la valeur numérique expérimentale de  $k_1$  dans les conditions de l'expérience.

Dans les conditions standard de la méthode MCVD (Modified Chemical Vapor Deposition) de fabrication des préformes de fibres optiques (cf. section suivante), la température est plus élevée, ce qui permet d'avoir une constante  $k_1$  plus grande, de l'ordre de  $20 \text{ s}^{-1}$ .

II A 13) Sachant que la vitesse moyenne des gaz dans le tube est de l'ordre de  $10 \text{ cm.s}^{-1}$  et que la flamme du chalumeau (où se produit la réaction) fait environ 3 cm de large, déterminer le pourcentage de  $\text{SiCl}_4$  oxydé. Conclure.

## B) Fabrication et étirage de la préforme

La réalisation d'une fibre optique comporte deux étapes distinctes : la fabrication d'une préforme puis l'étirage de celle-ci (opération appelée « fibrage »). La préforme est un tube de verre qui reproduit la structure de la fibre finale puisque le fibrage peut se résumer à une simple homothétie de la structure de la préforme.

La méthode la plus répandue de fabrication d'une préforme est la méthode MCVD (Modified Chemical Vapor Deposition). Pour cette méthode, on part d'un cylindre creux de silice ( $\text{SiO}_2$ ) pure appelé tube ébauche. Ce tube formera une partie de la gaine optique de la fibre. Il est monté horizontalement sur un tour à verre et subit une rotation autour de son axe de symétrie tout au long du dépôt. Les gaz réactifs sont injectés à une extrémité du tube alors que les produits et les déchets de la réaction sont évacués à l'autre extrémité (cf. figure 10).

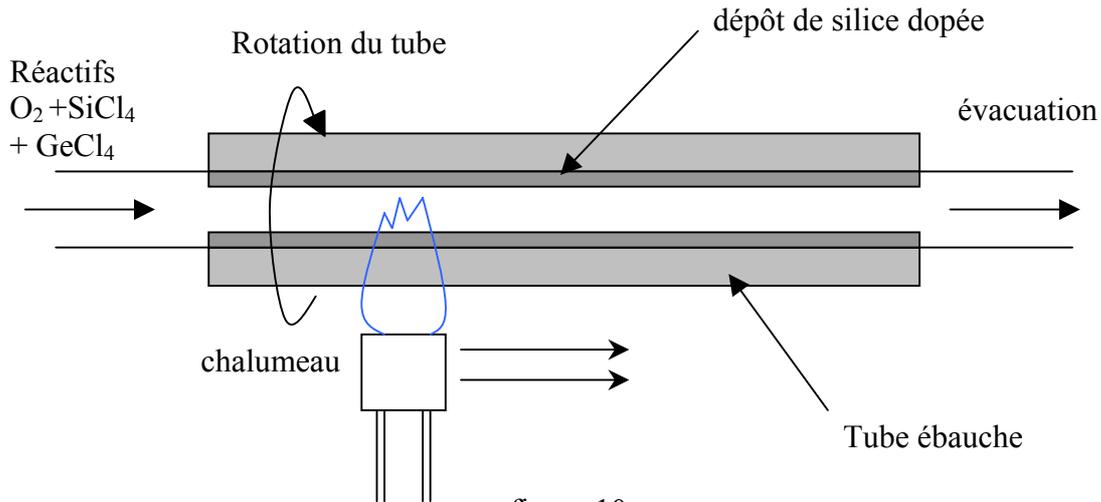


figure 10

Comme l'oxydation de  $\text{SiCl}_4$  ne se produit qu'à haute température, la formation et le dépôt de silice sont possibles grâce au passage d'un chalumeau situé sous le tube faisant des allers et retours le long de celui-ci. Pour créer le cœur de la fibre, où l'indice est légèrement supérieur à celui de la gaine (cf. I B), on « dope » la fibre en ajoutant dans la silice une petite fraction de dioxyde de germanium  $\text{GeO}_2$ , provenant de l'oxydation de  $\text{GeCl}_4$ .

II B 1) Expliquer l'intérêt de faire pivoter le tube autour de son axe.

Le dépôt une fois terminé, il reste à rétreindre la préforme : celle-ci est chauffée au chalumeau à plus haute température pour ramollir la silice et ainsi refermer le tube grâce aux tensions superficielles sans en modifier la longueur (cf. figure 11).

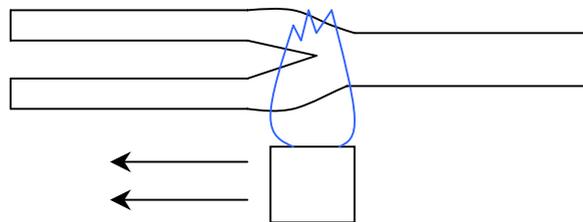


figure 11

II B 2) Sachant que le tube avant le rétreint a un diamètre intérieur de  $d_1 = 3,0$  cm et un diamètre extérieur de  $d_2 = 7,6$  cm, calculer le diamètre final  $d_f$  de la préforme.

La préforme est ensuite placée verticalement sur une tour de fibrage (cf. figure 12) pour être étirée. La partie inférieure de la préforme est plongée dans un four à induction chauffé à environ  $2000^\circ\text{C}$  qui a pour effet de ramollir le verre. Par l'effet de la gravité, une goutte de verre se détache entraînant un fil de verre derrière elle, ce qui amorce le fibrage.

II B 3) Avec une préforme de 7 cm de diamètre et de 1 m de long, quelle longueur de fibre optique (de diamètre  $125 \mu\text{m}$ ) peut-on fabriquer ?

Lors du fibrage, le rayon de la fibre optique doit impérativement rester constant, sous peine de dégradation des performances de la fibre. La tour doit ainsi être pourvue d'un système de contrôle en temps réel (appelé système d'asservissement) du rayon  $r$  de la fibre. Celui-ci est réalisé grâce à un laser éclairant la fibre (cf. figure 12): la mesure de la taille de l'ombre projetée sur la caméra permet de connaître la valeur de  $r$  au  $\mu\text{m}$  près.

Sans asservissement, le rayon  $r$  de la fibre varie inévitablement au cours du fibrage car le débit volumique d'élaboration de la fibre notée  $D_V$  (correspondant au volume de fibre créé par unité de temps) n'est pas rigoureusement constant. Le débit volumique  $D_V$  peut s'exprimer à partir de la section  $S$  et de la vitesse  $V$  d'enroulement de la fibre. On a ainsi une relation du type :  $D_V = S^\alpha V^\beta$ , où  $\alpha$  et  $\beta$  sont deux nombres réels.

II B 4) Déterminer  $\alpha$  et  $\beta$  à partir d'une analyse dimensionnelle. En déduire  $r$  en fonction de  $V$  et  $D_V$ .

On suppose que  $D_V$  varie de la quantité  $\delta D_V$  autour de la valeur nominale  $D_{V0}$  du fait d'une légère perturbation du système :  $D_V = D_{V0} + \delta D_V$  avec  $|\delta D_V| \ll D_{V0}$ . Le rayon  $r$  de la fibre va donc varier et s'écrire  $r = r_0 + \delta r$ , avec  $|\delta r| \ll r_0$ , où  $r_0$  désigne le rayon de la fibre pour un débit  $D_{V0}$ .

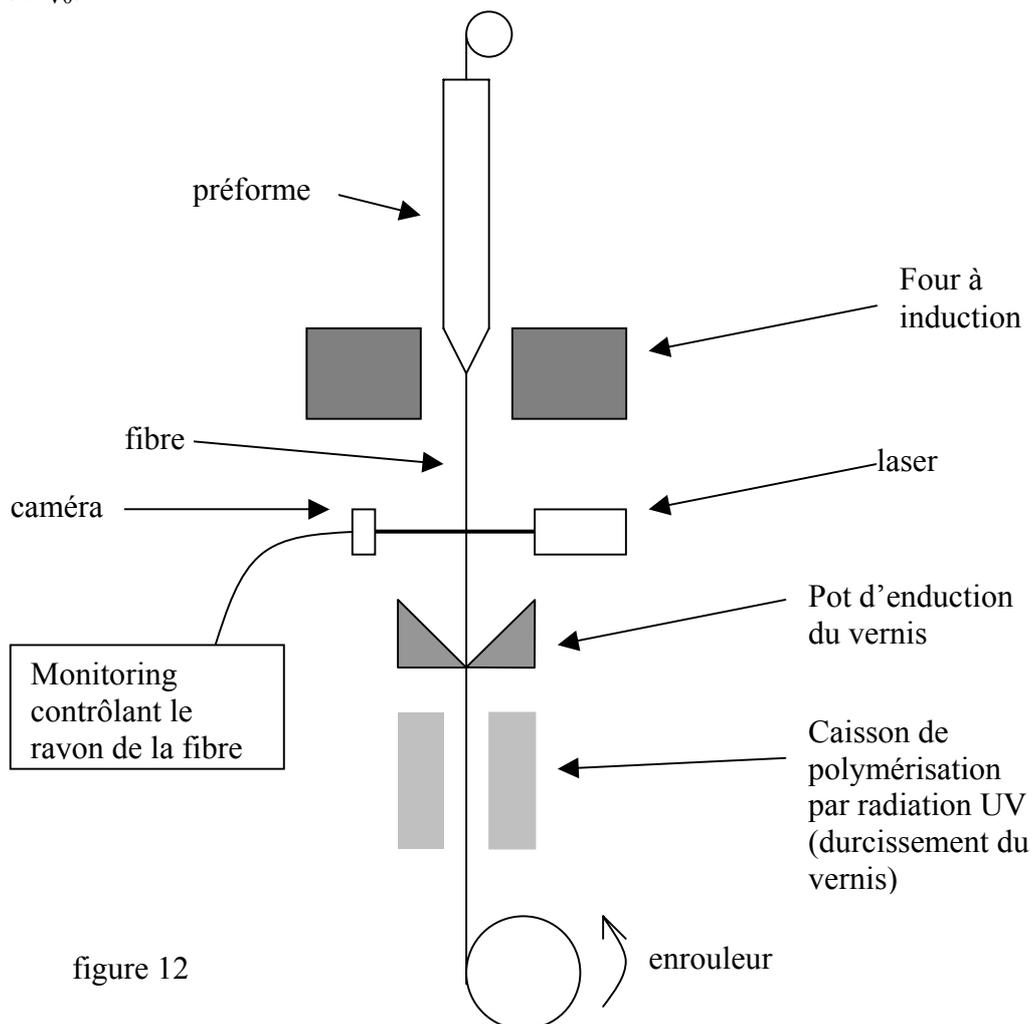


figure 12

II B 5) Montrer que la variation  $\delta r$  du rayon de la fibre pour une vitesse  $V$  constante est telle que :  $\frac{\delta r}{r_0} \approx \frac{1}{2} \frac{\delta D_V}{D_{V0}}$

Le système d'asservissement vise à diminuer l'influence des perturbations extérieures sur le rayon de la fibre, c'est-à-dire à diminuer  $|\delta r|$  pour  $\delta D_V$  fixé, pour que le rayon de la fibre  $r$  soit à tout instant le plus proche possible de la valeur désirée  $r_0$ . Une possibilité est par exemple d'adapter en temps réel la vitesse  $V$  d'enroulement de la fibre optique suivant l'évolution de son rayon  $r$ . Un asservissement de type « proportionnel » est tel que :

$V = V_0 + K(r - r_0)$ , où  $V_0$  désigne la vitesse d'enroulement telle que le rayon de la fibre soit égal à  $r_0$  pour un débit  $D_{V_0}$  et  $K$  est une constante positive.

II B 6) Montrer qualitativement que cet asservissement permet de diminuer l'influence des perturbations sur le rayon de la fibre.

On admet le résultat mathématique suivant : si  $r$  est de la forme  $k D_V^\epsilon V^\gamma$ , où  $k$ ,  $\epsilon$  et  $\gamma$  sont trois nombres réels, alors la variation  $\delta r$  induite par une variation *simultanée*  $\delta D_V$  et  $\delta V$  vaut:

$$\frac{\delta r}{r_0} \approx \epsilon \frac{\delta D_V}{D_{V_0}} + \gamma \frac{\delta V}{V_0}$$

II B 7) Montrer qu'avec l'asservissement :  $\frac{\delta r}{r_0} = \frac{1}{2} \left( \frac{\delta D_V}{D_{V_0}} \right) \frac{1}{1 + \frac{K r_0}{2 V_0}}$ . A quelle condition sur  $K$

l'asservissement est-il significativement efficace ? Calculer la valeur numérique de  $K$  (avec son unité) pour que celui-ci diminue d'un facteur 20 les variations du rayon de la fibre que l'on aurait sans asservissement. On donne  $2r_0 = 125 \mu\text{m}$  et  $V_0 = 500 \text{ m/min}$ .

Une alternative dans le système de contrôle est un asservissement de type « intégrateur ». Cette fois-ci, l'asservissement est de la forme :

$$V(t) = V_0 + K' \int_0^t (r(t') - r_0) dt', \text{ où } K' \text{ désigne une constante positive.}$$

II B 8) Avec cette formule, comment varie  $V(t)$  si le rayon de la fibre  $r(t)$  est supérieur à la valeur désirée  $r_0$  (on ne demande dans cette question aucun calcul) ?

II B 9) Expliquer qualitativement pourquoi ce système permet également de diminuer les variations du rayon de la fibre si les perturbations sont suffisamment lentes.



a)



b)

Tour de fibrage de l'I.R.C.O.M. (Institut de Recherche en Communications Optiques et Micro-ondes) de Limoges:

- a) préforme et four à induction      b) poste de contrôle et système d'induction de la fibre

### C) Dissolution de la silice dans l'eau

Pour les liaisons intercontinentales, les fibres optiques sont déposées au fond des océans. Ces dernières doivent être impérativement protégées par une gaine en plastique car la silice se dissout lentement dans l'eau. Ce phénomène est l'objet de cette section. Les constantes d'équilibre associées aux réactions chimiques sont données à 25 °C.

La solubilité de la silice pure amorphe est caractérisée par la réaction chimique suivante :



La silice solide est donc dissoute dans l'eau sous la forme  $\text{H}_4\text{SiO}_{4(aq)}$ . La constante d'équilibre  $K_1$  associée à cette réaction vaut  $10^{-2,7}$ .

II C 1) Calculer à l'équilibre la concentration  $[\text{H}_4\text{SiO}_{4(aq)}]_{\text{éq}}$  de silice dissoute à 25 °C. En déduire la masse maximale de silice pure amorphe que l'on peut dissoudre dans un litre d'eau pure.

En fait, la solubilité de la silice dépend du pH de la solution du fait du caractère acide de  $\text{H}_4\text{SiO}_{4(aq)}$ . On suppose ici que le seul couple acide-base mis en jeu est :



La solubilité de la silice est définie comme la quantité de matière maximale que l'on peut dissoudre par litre d'eau (on dit alors que la solution est saturée en silice). La silice pouvant se trouver dans ses deux formes (acide ou base), la solubilité, notée  $s$ , vaut la somme des concentrations de  $\text{H}_4\text{SiO}_{4(aq)}$  et  $\text{H}_3\text{SiO}_4^-(aq)$  lorsque la solution est saturée en silice, c'est-à-dire :  $s = [\text{H}_4\text{SiO}_{4(aq)}]_{\text{sat}} + [\text{H}_3\text{SiO}_4^-(aq)]_{\text{sat}}$

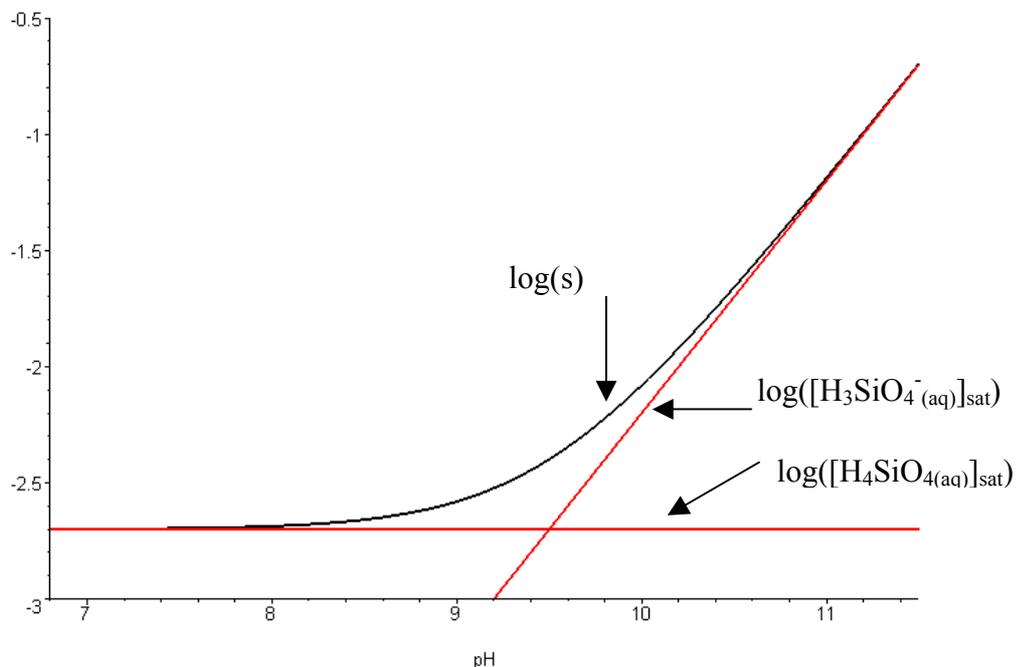


figure 13

La figure 13 représente l'évolution du logarithme décimal des deux concentrations  $[\text{H}_4\text{SiO}_{4(aq)}]_{\text{sat}}$ ,  $[\text{H}_3\text{SiO}_4^-(aq)]_{\text{sat}}$  et de la solubilité  $s$  en fonction de  $\text{pH}$  à 25°C (toutes les concentrations étant exprimées en  $\text{mol.L}^{-1}$ ).

II C 2) Commenter l'allure du graphe  $s$  en fonction du pH. Définir et déterminer par lecture graphique le pKa du couple  $H_4SiO_{4(aq)}/H_3SiO_4^-(aq)$ .

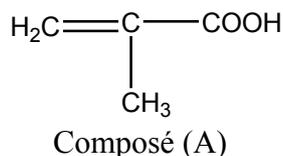
II C 3) On désire dissoudre entièrement 0,38 g de silice solide dans un litre d'eau à 25°C. Calculer à l'aide du graphe de la figure 13 à partir de quel pH cela est possible.

#### D) Enrobage plastique

Le cœur et la gaine optique en silice de la fibre doivent être protégés des attaques extérieures (eau, griffure, cassage...). On procède donc à un enrobage lors de l'opération de fibrage : la fibre passe à travers un pot d'enduction et se recouvre de vernis liquide. Celui-ci se durcit (étape de polymérisation) en passant dans un caisson émettant du rayonnement ultraviolet (cf. figure 12). Il existe dans la pratique plusieurs types de vernis. Cette section étudie un type de polymère faisant partie de la famille des acryliques.

II D 1) Rappeler la définition générale d'un polymère.

Les polymères acryliques constituent une très grande famille de matériaux plastiques dérivant essentiellement de l'acide acrylique et de l'acide méthacrylique, noté (A).



Un polymère acrylique très courant est le PMMA (polyméthacrylate de méthyle), dont le monomère, noté (B), est obtenu par réaction entre (A) et le méthanol.

II D 2) Quels groupes caractéristiques distingue-t-on dans le composé (A) ?

II D 3) Ecrire la formule semi-développée de (B), ainsi que l'équation de sa formation. Comment nomme-t-on une telle réaction ?

II D 4) Ecrire le motif du PMMA.

### III) THERMOMETRE REPARTI A EFFET RAMAN

Un thermomètre « réparti » signifie que la mesure de la température n'est pas ponctuelle, mais continue : l'appareil va permettre de connaître le profil de température sur tout le long de la fibre optique, avec une résolution spatiale de l'ordre du mètre. Leur portée actuelle (plusieurs kilomètres) fait des thermomètres répartis à effet Raman des outils adaptés à la surveillance d'ouvrages de grandes dimensions.

#### A) Surveillance de sites à risques

Les thermomètres répartis à effet Raman permettent notamment la surveillance efficace de câbles électriques souterrains THT (très haute tension), comme par exemple la ligne électrique triphasée 400 kV alimentant l'aéroport de Manchester en Angleterre.

III) A 1) Quel est l'intérêt de transporter l'électricité sous très haute tension ? Les lignes THT sont-elles habituellement souterraines ? Pourquoi utilise-t-on, à votre avis, des câbles souterrains dans l'exemple cité ?

Le tunnel du Mont-Blanc (11,6 km de longueur), reliant la vallée de Chamonix en France à la vallée d'Aoste en Italie, a été équipé d'un système de thermomètres répartis à effet Raman, suite au grave incendie survenu en 1999.

III A 2) Estimer le nombre de thermomètres ponctuels nécessaire à la surveillance du tunnel pour détecter rapidement un départ d'incendie. Conclure sur la solution technologique qui a été choisie.

#### B) Description du thermomètre réparti à effet Raman

Le principe de la thermométrie à effet Raman est illustré sur la figure 14. Un laser envoie dans la fibre optique (le long de laquelle sera mesurée la température) des impulsions lumineuses très courtes de durée  $t_0$ . On suppose que ces impulsions sont formées d'une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$  et de fréquence  $\nu_0$ . Lors de la propagation de cette impulsion, une partie de la lumière va être diffusée par les défauts situés à l'intérieur de la fibre (cf. I E). La plus grande partie de cette lumière diffusée est envoyée hors de la fibre, mais une petite proportion est recapturée par le cœur et se trouve guidée dans le sens opposé à l'onde incidente : il s'agit de la lumière « rétrodiffusée ».

La majeure partie de cette lumière subit une diffusion dite élastique (ou « diffusion Rayleigh »), pour laquelle la longueur d'onde reste inchangée. Une faible partie subit quant à elle une diffusion inélastique, appelée diffusion Raman, caractérisée par un changement de longueur d'onde. Deux nouvelles longueurs d'onde, c'est-à-dire deux nouvelles raies spectrales, apparaissent :  $\lambda_S > \lambda_0$ , appelée « raie Stokes » et  $\lambda_{AS} < \lambda_0$ , appelée « raie anti-Stokes » (cf. III C et D).

Une lame séparatrice (notée  $L_1$ ) (où la moitié du faisceau est réfléchi, l'autre moitié étant transmise) permet de récupérer la moitié de la lumière rétrodiffusée (cf. figure 14). Le filtre coupe-bande  $F_0$  bloque la raie principale correspondant à  $\lambda_0$  et la lame séparatrice  $L_2$  permet de dédoubler le faisceau. Le filtre passe-bande  $F_S$  laisse passer uniquement la raie Stokes et le filtre  $F_{AS}$  la raie anti-Stokes. Les deux photorécepteurs (étudiés au III E) permettent de mesurer l'intensité de chacune des deux raies. La mesure du rapport des intensités permet d'avoir accès à la température (cf. III C).

On prend comme origine des temps le moment où l'impulsion laser est injectée dans la fibre.

III B 1) En négligeant la dispersion de l'impulsion lumineuse dans la fibre, dire à quelle date on doit comparer l'intensité des raies Stokes et anti-Stokes pour déterminer la température à la distance  $x$  (l'origine des abscisses étant située au début de la fibre optique). L'indice  $n$  de la fibre optique est égal à 1,5. Dans cette question on néglige la durée des impulsions ainsi que le temps de parcours de la lumière dans l'air.

III B 2) Expliquer *qualitativement* pourquoi l'existence d'une durée non nulle de l'impulsion conduit à une imprécision sur l'endroit où l'on fait la mesure.

Le cahier des charges du thermomètre réparti exige que l'on soit capable de mesurer les températures au mètre près le long de la fibre.

III B 3) En déduire la durée maximale de l'impulsion laser (exprimée en nanoseconde, notée  $\tau$ , correspondant à  $10^{-9}$  seconde) compatible avec cette exigence.

En plus de la nécessité d'une impulsion laser très courte, le système d'acquisition électronique (c'est-à-dire la mesure périodique dans le temps du signal issu des photorécepteurs, appelée encore l'échantillonnage) doit être suffisamment rapide.

III B 4) Donner la valeur numérique de la fréquence d'échantillonnage notée  $F_{acq}$  du système d'acquisition compatible avec le cahier des charges.

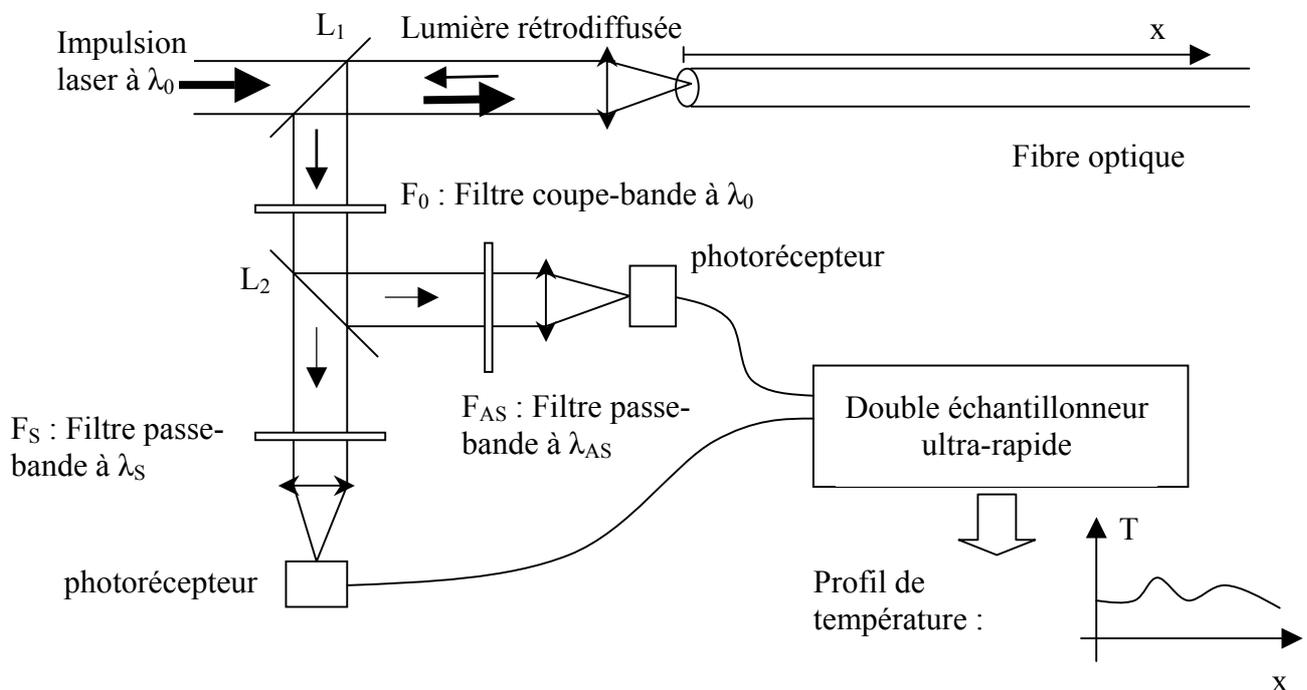


figure 14

### C) Etude de la diffusion Raman

Cette section traite de l'origine des raies Stokes et anti-Stokes et du lien entre leur intensité et la température, point-clé du principe du thermomètre à effet Raman.

Les molécules de silice qui constituent le cœur de la fibre optique possèdent plusieurs niveaux d'énergie. On note  $E_0$  l'énergie du niveau fondamental, c'est-à-dire le niveau d'énergie le plus bas et l'on se limite dans cette étude à un seul niveau excité, d'énergie  $E_i > E_0$ . Les molécules de silice ne sont pas *toutes* dans leur niveau fondamental bien que celui-ci soit le niveau le plus stable. En effet, l'agitation thermique peut fournir à certaines molécules l'énergie suffisante pour être dans le niveau excité. A la température  $T$  (exprimée en Kelvin), la répartition entre les différents niveaux d'énergie est régie par la loi de Boltzmann, qui s'énonce ainsi : le nombre de molécules ayant une énergie  $E$  est proportionnel à  $\exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right)$ , où  $k_B$  désigne la constante de Boltzmann.

L'apparition de nouvelles raies dans la lumière rétrodiffusée est due au caractère corpusculaire de la lumière. En effet, une lumière monochromatique peut être décrite comme un flux de photons, corpuscules élémentaires, chaque photon possédant une énergie  $h\nu$ , où  $\nu$  est la fréquence de la lumière.

Un photon de l'impulsion laser incidente peut interagir de deux manières différentes avec les molécules de silice suivant le niveau de départ dans laquelle elles se trouvent :

- ♦ interaction avec une molécule dans son niveau fondamental : le photon, en étant diffusé, cède une partie de son énergie pour faire passer la molécule dans son niveau excité.
- ♦ interaction avec une molécule dans son niveau excité : le phénomène inverse se produit. Le photon, lors de sa diffusion, récupère l'énergie libérée par le passage de la molécule vers le niveau fondamental.

Dans les deux cas, on parle de diffusion inélastique car l'énergie du photon a varié du fait de la transition de la molécule, c'est-à-dire de son passage d'un niveau d'énergie à un autre.

III C 1) Associer chacune des raies (Stokes ou anti-Stokes) à un des deux types d'interactions. A l'aide de la conservation de l'énergie, exprimer les fréquences  $\nu_S$  et  $\nu_{AS}$  correspondant respectivement à la raie Stokes et à la raie anti-Stokes en fonction de  $\lambda_0$ ,  $h$ ,  $E_i$  et  $E_0$ .

On note  $E_i - E_0 = \Delta E$ . Cet écart en énergie vérifie  $\Delta E \ll h\nu_0$ .

III C 2) Montrer alors que les longueurs d'onde de la raie Stokes et de la raie anti-Stokes s'écrivent respectivement avec une bonne approximation:

$$\lambda_S \approx \lambda_0 + \frac{\lambda_0^2 \Delta E}{hc} \quad \text{et} \quad \lambda_{AS} \approx \lambda_0 - \frac{\lambda_0^2 \Delta E}{hc}$$

On peut montrer que l'intensité  $I_{\text{diffusée}}$  d'une nouvelle raie provenant de la diffusion Raman est proportionnelle à l'inverse de la longueur d'onde à la puissance quatre et à la population du niveau de départ  $N_{\text{départ}}$  de la transition. La formule s'écrit donc :

$I_{\text{diffusée}} = K \frac{N_{\text{départ}}}{\lambda^4}$ , où  $K$  dépend de multiples paramètres tels que la géométrie locale de la

fibre, la pression, la courbure etc... et peut éventuellement varier dans le temps.

III C 3) Montrer que le rapport R de l'intensité de la raie anti-Stokes sur celle de la raie Stokes vaut :  $R = \left(\frac{\lambda_S}{\lambda_{AS}}\right)^4 \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right)$

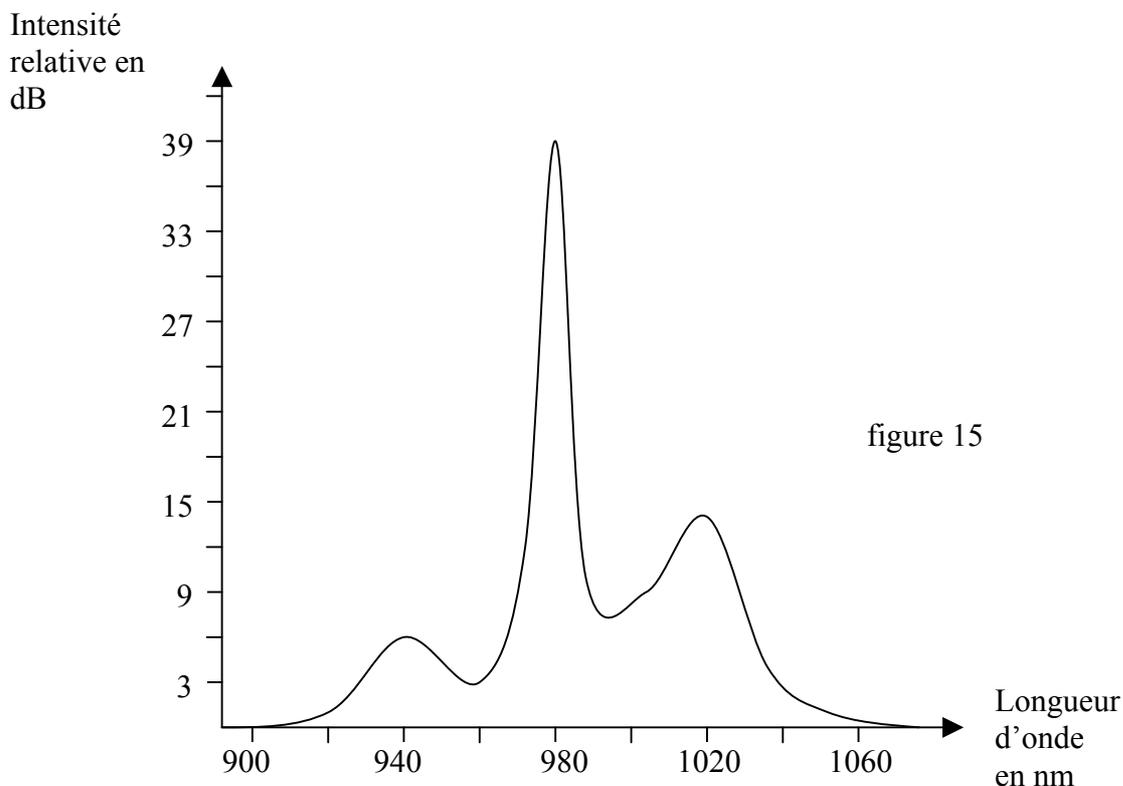
On remarque que le facteur K n'apparaît plus dans l'expression de R.

III C 4) Expliquer pourquoi cette propriété fait du thermomètre à effet Raman un instrument de mesure très « robuste ».

D) Etude spectrale de la lumière rétrodiffusée

La figure 15 représente le spectre de la lumière rétrodiffusée par la fibre optique, tel qu'il pourrait être obtenu en plaçant un spectrophotomètre entre la lame séparatrice  $L_1$  et le filtre  $F_0$  de la figure 14. La longueur d'onde est portée en abscisse, l'ordonnée indiquant l'intensité relative des raies exprimée en dB (la notion de décibel a été introduite à la question I D 3). A titre d'exemple, un écart de 2 dB correspond à un rapport d'intensité entre deux raies égal à  $10^{2/10} \approx 1,6$ .

Les trois pics visibles sur le spectre correspondent (dans le désordre) aux trois diffusions possibles : la diffusion Rayleigh et les raies Stokes et anti-Stokes de la diffusion Raman. La largeur des raies latérales est due à l'existence pour les molécules de silice d'une multitude d'états excités. Dans toute la suite, on se limitera à considérer uniquement la longueur d'onde pour laquelle l'intensité des raies est maximale.



III D 1) Identifier les différentes raies et en déduire la valeur de  $\lambda_0$  d'une part et de  $\Delta E$  d'autre part.

De manière générale, la diffusion Raman est faible devant la diffusion Rayleigh.

III D 2) Quantifier cette affirmation à l'aide du spectre en calculant le rapport entre l'intensité de la raie Stokes et de la raie principale. Justifier l'utilisation du filtre  $F_0$  dans le schéma du thermomètre à effet Raman (figure 14).

III D 3) Donner la valeur de R (défini à la question III C 3) par lecture du spectre. En déduire la température, exprimée en  $^{\circ}\text{C}$ , pour laquelle ce spectre a été réalisé. La mesure est-elle précise ?

### E) Etude du photorécepteur

L'utilisation d'un spectrophotomètre pour mesurer la valeur de R est inutile et inadéquate : seule suffit la mesure de l'intensité des raies Stokes et anti-Stokes. Ceci est réalisé à l'aide d'un système de filtres et de deux photorécepteurs (cf. figure 14). L'objet de cette section est l'étude d'un exemple de photorécepteur : la photodiode.

Une photodiode est constituée d'un matériau semi-conducteur, comme par exemple le silicium. Intégrée dans un circuit électronique bien conçu, la photodiode peut engendrer un courant électrique lorsqu'elle est illuminée.

On considère une photodiode éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde notée  $\lambda$ . Comme il a été expliqué dans la section III C), une lumière monochromatique peut être vue comme un flux de photons, corpuscules élémentaires, chaque photon possédant une énergie  $h\nu$ , où  $\nu$  est la fréquence de la lumière. La photodiode, lorsqu'elle est éclairée, absorbe la lumière, c'est-à-dire les photons. L'absorption d'un photon libère la plupart du temps un électron qui participe au courant électrique : c'est l'effet photoélectrique, étudié par Einstein en 1905. Ce phénomène de libération d'électrons a un rendement  $\eta$  inférieur à l'unité ;  $\eta$  est le « rendement quantique ».

On note  $P_{\text{lum}}$  la puissance transportée par l'onde lumineuse illuminant la photodiode.

III E 1) On raisonne sur un temps  $\tau$ . Donner l'expression du nombre de photons absorbés par la photodiode. En déduire la charge totale des électrons libérés pendant le temps  $\tau$ .

III E 2) En déduire que la valeur absolue du courant  $i_{\text{ph}}$  engendré par la photodiode lorsqu'elle est illuminée par un faisceau lumineux de puissance  $P_{\text{lum}}$  et de longueur d'onde  $\lambda$  vaut :

$$i_{\text{ph}} = \frac{\eta e \lambda}{hc} P_{\text{lum}}$$

On appelle « sensibilité » de la photodiode le rapport  $i_{\text{ph}} / P_{\text{lum}}$ . Une mesure expérimentale de ce rapport pour la longueur d'onde  $\lambda_{\text{AS}}$  donne  $0,65 \text{ A/W}$ .

III E 3) En déduire la valeur numérique du rendement quantique  $\eta$  de la photodiode.

**FIN**