<u>Quelques points sur l'electrostatique</u>

Olympiades LLG 2006

<u>NB :Les vecteurs sont notés en caractères gras ;les intégrales multiples sont écrites pour un minimum de formalisme mais pour les olympiades on ne fera pas de calculavec ces intégrales(voir +loin)</u>

<u>1^{ère} partie :Electrostatique</u> :**Etude des phénomènes électromagnétiques dus aux distributions de charges fixes ;c'est à dire étude du champ E crée par ces charges fixes.**

<u>I.Distributions de charges</u>

1.La charge est une grandeur **scalaire** qui s'exprime en **Coulomb** (C)(indépendante d'un référentiel).
2.La **charge élémentaire** ,charge d'un électron ou proton, vaut **e=1,06 10^{-19} C**
3.La charge obéit au principe de la **conservation de la charge.**
4.Une distribution de charges appelée **D** peut être :

- **Ponctuelle**(la plus utilisée) on non ponctuelle(1 charge ou plusieurs charges ;**2 charges s'appelle dipôle**)
- **discontinue**(comme les charges constituant un noyau) ou **continue**(morceau de matière chargé)
- **finie**(sphère ,disque ou anneau)) ou **illimitée** (fil infini, cylindre infini ou plan infini)
- continue :volumique, surfacique ou linéique.
  a)D :distribution **volumique** de charge, caractérisée par ρ (densité volumique de charge en C/m^3);
  Exemples :sphère pleine chargée ou cylindre plein chargé :alors Q=
  b)distribution **surfacique** de charge, caractérisée par σ(densité surfacique de charge en C/m^2)
  exemples :sphère creuse ou cylindre creux, plan chargé ,disque chargé :alors Q=
  c)distribution linéique de charges caractérisée par λ(densité linéique de charge en C/m)
  exemple :fil, spire(ou anneau)chargé :alors Q=
- **uniforme(=**densité de charges indépendante du point donc **constante**) ou non

La plupart des exercices sont avec des distributions uniformes donc la charge s'écrit simplement
Q=ρV ou **Q=σS** ou **Q=λL**

Dans les exercices les distributions les plus couramment utilisées sont :
La charge ponctuelle q(et éventuellement le dipôle)
La sphère(souvent creuse d'ailleurs=chargée en surface)
Il faut connaître le volume d'une sphère (4/3 πr^3)ou d'un cylindre(πr^2 h),la surface d'une sphère($4\pi r^2$) ou d'un cylindre ($2\pi rh$)

5.Une distribution D peut posséder des **invariances** et **symétries** remarquables

- invariance par translation le long d'un axeΔ :signifie illimitée le long de cet axe
- invariance par rotation autour d'un axe Δ : :signifie que cet axe est un axe de symétrie de révolution
- symétrie plane(et antisymétrie plane) ainsi que axe de symétrie
- symétries multiples :**à savoir par coeur**
  - **symétrie cylindrique**(comme le cylindre infini) :signifie double invariance par translation et par rotation :choix des coordonnées **cylindriques** :l'axe Δ est en général l'axe z et r est la **distance à l'axe z**
  - **symétrie sphérique** (comme la sphère) :choix des coordonnées sphériques et **r est la distance au point** O centre de la sphère.

6.Conducteurs et isolants
Un matériau dans lequel les charges peuvent circuler librement est un conducteur :ex un **métal et les charges mobiles sont les électrons libres**
Le contraire est un isolant ;les charges ne peuvent pas se déplacer**.**

<u>II. La loi d'interaction électrostatique :LOI de COULOMB(entre charges pontuelles)</u>

1.En terme d'**action** :la force de Coulomb s'écrit f= $(1/4\pi\varepsilon_0)\ q_0q/r^2$ avec$(1/4\pi\varepsilon_0)$=9 10^9
Cette force vérifie le principe d'action –réaction ainsi que celui de superposition des actions(unité en N)
Elle est attractive si les charges sont de signe contraire et répulsive si les charges sont de même signe
Elle peut se mettre sous la forme **f**=q**E(beaucoup d'exos sur cette force)**
q_0 est la charge source et q la charge « d"essai » ou « test »(elle permet de savoir s'il existe un champ ou non)
Rmque :si on est ds un autre milieu que le vide (ou l'air) on remplace ε_0 par $\varepsilon=\varepsilon_r\ \varepsilon_0$

2.En terme d'**énergie** :énergie potentielle d'interaction(=elle correspond au travail d'un opérateur qui constituerait la système de 2 charges depuis l'infini)$E_p=(1/4\pi\varepsilon_0)$) q_0q/r

Rmque :analogie avec la loi de gravitation universelle ou loi de Newton(tout ce que l'on voit sur la gravitation peut se transposer à l'électrostatique :**f**=m**g**⇔ **f** =q**E**

III.Le champ E(analogue au champ g)

Il traduit une modification des propriétés de l'espace entourant une « source de champ » et se calcule en un point quelconque M(seule la force subie par une charge q placée en M se « voit »)

1.source ponctuelle en O

E=$(1/4\pi\varepsilon_0)$) q_0/r^2 $\mathbf{e_r}$ Unité du champ **N/C(**on verra plus tard aussi en V/m**)**

A retenir :plus la source est proche ,plus les champ est important (donc la force de coulomb aussi ;regarder son sens d'après q_0

2.D discontinue de charges :ex de 2 charges identiques de même signe ou de **signe contraire**(**dipôle**) :**on somme <u>vectoriellement</u> les actions(=les forces) donc les champs aussi**

3.D continue :méthode :chaque dq (correspondant à un découpage de la distribution chargée) est assimilée à une charge ponctuelle et on somme ensuite à toute la distribution quelque soit sa nature (volumique surfacique ou lineique)(**à savoir faire pour une spire chargée ou un fil λ)**

4.Propriétés de E

a)E est toujours défini et continu à la traversée d'un volume chargé.

b)E possède une discontinuité connue à la traversée d'une surface chargée qui vaut σ/ε_0 ,**normale à la surface**

c)**E n'est pas défini sur un fil ou sur une charge ponctuelle**

d)**E** possède les invariances et les symétries de la distribution D(principe de Curie)

A SAVOIR les 2 principaux cas rencontrés en pratique:

- **<u>SYMETRIE CYLINDRIQUE</u> E=**E(r) $\mathbf{e_r}$ **r étant la <u>distance à l'axe</u> de symétrie cylindrique**
- **<u>SYMETRIE PHERIQUE</u> :E=**E (r **)er r étant la <u>distance au point</u> O centre de la symétrie sphérique**

Bien sûr on retrouve les autres cas symétrie plane ,antisymétrie plane et surtout axe de symétrie

Le champ E en tout point d'un axe de symétrie d'une distribution D est porté par cet axe.

Ex ;champ sur l'axe de symétrie d'un anneau chargé ou d'un disque chargé.

<u>Eventuellement à savoir en plus (mais pas nécessaire pour la sélection nationale)</u>

- <u>Si en M où on calcule le champ ,on peut faire passer un plan de symétrie le champ E est dans ce plan</u>
- <u>Si en M où on calcule le champ ,on peut faire passer un plan d'anti symétrie le champ E est normal à ce plan.</u>

5.Lignes du champ E

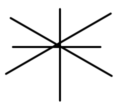
Une ligne de champ est une courbe telle qu'en chaque point le vecteur **E** soit tangent à cette courbe

Les lignes du champ E ne sont jamais fermées et ne se coupent pas :elles fuient les charges quand celle-ci sont positives et **convergent vers les charges quand elles sont négatives**.

Elles renseignent sur l'intensité du champ :elles sont plus rapprochées là où le champ est intense et 'lles sont plus espacées là où le champ est faible

A **RETENIR** :quelques exemples de lignes

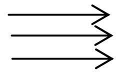
Charge ponctuelle



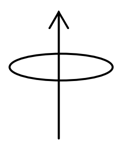
2 charges signe contraire

<u>champ uniforme</u>

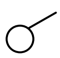
(exentre les armatures d'un condensateur plan)



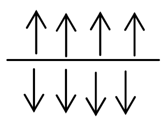
cercle chargé



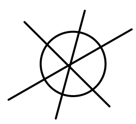
Un fil infini



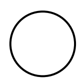
Un plan infini



une sphère pleine

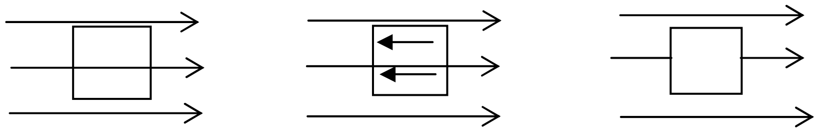


une sphère creuse

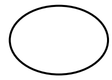


6.Le champ E et les conducteurs

- A l'équilibre électrostatique, le champ électrostatique macroscopique résultant à l'intérieur d'un conducteur homogène est nul(on ne trace jamais de lignes de champ à l'intérieur d'un conducteur à l'équilibre(pourquoi ?parce que si le conducteur est dans un champ E extérieur, les électrons libres subissent une force dans le sens contraire d'où séparation des charges à l'intérieur,cequi produit un champ intérieur qui à l'équilibre annule le champ extérieur



- A l'équilibre électrostatique, le champ électrique extérieur à proximité du conducteur est partout perpendiculaire à la surface de conducteur
- A l'équilibre électrostatique, la charge excédentaire d'un conducteur se répartit en surface

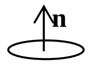


IV Flux du champ E

La plupart du temps, **E** ne se calcule pas directement parce que la haute symétrie de la distribution permet d'utiliser un théorème ,appelé le **THEOREME de GAUSS**, qui permet de calculer beaucoup plus simplement le champ par l'intermédiaire de son flux

A savoir **:flux = champ x surface** (pour l'aspect dimensionnel)

1.Surface fermée



a) une surface peu se caractériser par un vecteur surface porté par la normale à la surface

b)Une surface élémentaire s'appelle dS ;le vecteur surface élémentaire **dS=**dS **n**

c)une surface fermée est une surface qui délimite un volume telle que l'on puisse définir l'intérieur et l'extérieur ;dans ce cas la normale est toujours « sortante » c'est à dire vers l'extérieur.

2.Le flux a une expression générale $\Phi=\iint$ E dS ;cas usuel si E =cste sur la surface **Φ=ExS**

3.Théorème :Φ(sortant à travers une surface fermée)=$\iint$ E dS =Q_{int}/ε_0 (Q intérieure à cette surface fermée)

Ce théorème relie le champ à ses sources par son flux à travers une surface judicieusement choisie et permet d'aller très vite dans les 2 cas de « haute symétrie » cylindrique et sphérique(pour vous ,surtout sphérique)

4.**Méthode d'utilisation :aSAVOIR**

a)trouver la direction du champ E(par des considérations de symétrie) et le nombre de variables dont il dépend (en général 1) en M

b)trouver la bonne surface fermée (« dite de gauss ») passant par M où le champ doit être constant colinéaire au vecteur surface (ou au pire normal à ce vecteur et le flux ne compte plus)

c)appliquer le théorème en mettant le flux sous la forme la plus simple possible et en déduire E

1erExemple à retenir :la sphère de rayon R portant Q(le + utilisé dans les exercices d'olympiades)

Le champ est **radial et ne dépend que de r.**

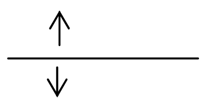
La surface fermée est intuitivement une sphère de rayon r variable (r<R)ou (r>R)

- En un point extérieur (que la sphère soit pleine ou creuse) E x 4π r² =Q/ε_0 Q=charge globale en surface ou en volume (peu importe « vu de l"extérieur » cela fait toujours une charge Q)
  Donc E=$(1/4\pi\varepsilon_0)$ Q/r² c'est comme si Q était ponctuelle en O
- En un point intérieur (r<R) E x 4π r² =Q int/ε_0 donc 2 cas
  - ❖ Si la sphère est creuse(quand la sphère est chargée en surface comme un conducteur) Qint=0 donc **E=0**
  - ❖ Si la sphère est chargée en volume de façon homogène Qint/r^3=Q/R^3
    Et donc E(r)= =$(1/4\pi\varepsilon_0)r^3Q/R^3$ r²==$(1/4\pi\varepsilon_0)$Q r/R^3 (donc par ex au centre E=0)
    Allure de E(r)

Rmque :à la plae de la charge Q on peut faire appel à densité ρ(Q=4/3 $\pi r^3\rho$) ou σ(Q=$4\pi r^2\sigma$)

2èmeExemple à retenir :plan infini chargé

$E=\sigma/2\varepsilon_0$



5.le théorème de Gauss et les conducteurs

Il peut fournir des résultats intéressants concernant les charges et les champs associés aux conducteurs

Ex :cas d'une cavité à l'intérieur d'un conducteur

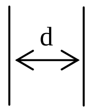
Dans cette cavité on place une charge Q.
A l'intérieur de matériau du conducteur E=0 sur tout surface de gauss autour de la cavité et le flux total est nul. Donc d'après le théorème Qint =0 ;cela signifie qu'il existe une charge « induite »-Q sur la paroir intérieur de la cavité .Comme le conducteur est neutre alors sa surface extérieur acquiert +Q

V Potentiel scalaire électrostatiqueV

Cette notion est très liée à la notion d'énergie potentielle mais le potentiel est la propriété d'un point de l'espace et ne dépend que des charges sources(forme d'Ep par unité de charge)
1.**Une charge ponctuelle q** (placée sous l'influence d'un champ E dû à une distribution D) possède une énergie potentielle **E_p (en Joule)=q V(en volt)**,V est le potentiel électrostatique.
Si on laisse une charge se déplacer librement une charge positive se déplace vers les potentiels décroissants pour faire diminuer son Ep
Donc Le travail de la force électrostatique quand la charge se déplace entre 2 points A et B $W=-\Delta E_p= -q\Delta V$
(avec $-\Delta V =\int \mathbf{E}.\,\mathbf{dl}$ (circulation de **E**)=V(A) –V(B)donc $W=q(V_A-V_B)$
Rmque :si un opérateur déplace une charge on peut écrire W +Wext =ΔEc soit **Wext =ΔEp+ ΔEc**

2.Expression du potentiel d'une charge ponctuelle :**$V(r)=(1/4\pi\varepsilon_0)q/r$**
3.Potentiel d'une distribution de charges ponctuelles :**somme scalaire des potentiels**
4.Potentiel dû à une distribution D :chaque dq est assimilé à une charge ponctuelle et on somme scalairement sut la distribution D(par ex $V(M)=(1/4\pi\varepsilon_0)\int\lambda dl/r$ pour un anneau ou un fil)
5.Le potentiel est toujours défini à une constante près ,continu en tout point
Les surfaces de potentiel constant s'appellent les équipotentielles (sur une fig ce sont des lignes)

6.les lignes de champ sont normales aux équipotentielles et dirigées dans le sens des potentiels décroissants :ex
champ uniforme(plans perpendiculaires aux lignes parallèles)
et charge ponctuelle(ou sphère) sphères centrées sur q



7.Variation de potentiel dans un champ uniforme =ΔV= +Ed ou -Ed(avec d la distance)
8.**Potentiel d'un conducteur**
Tous les points à l'intérieur et sur la surface d'un conducteur en équilibre électrostatique sont au même potentiel

VI.Mouvement d'une particule chargée dans E uniforme

1.Quand on étudie le mouvement d'un électron ou d'un proton ,on néglige le poids

2.On écrit m**a**=q**E** **;**si E =cste l'accélération est dans la direction de E
alors $\mathbf{v} =q\mathbf{E}/m\, t+\mathbf{v_0}$ et $\mathbf{r} =qE /2m\, t^2+\mathbf{v_0}t +\mathbf{r_0}$

3.En l'absence de frottement ΔEp+ΔEc=0 ou ΔEc=-ΔEp=-qΔV
ex :si q positive et ΔV<0 alors ΔEc>0
Pour mesurer l'énergie des particules élémentaires (comme les électrons et protons)on utilise
l'électron-volt(eV)(qui n'est pas une unité SI°) :quand e traverse 1Volt son énergie varie de e x1=1,6 10^{19} J
Donc **1eV=1,6 10^{19}J**

VII.Le dipôle

Ensemble de 2 charges de même grandeur et de signe opposés séparées par une certaine distance2a très petite
1.Il est caractérisé par son moment dipôlaire **p=q 2a**
2.Son champ est en $1/r^3$et son potentiel en $1/r^2$ en un point M éloigné
3.Placée dans un champ ext uniforme cette petit distribution s'oriente dans le sens du champ et possède une énergie potentielle Ep= **-p.E**